

מבוא לסטטיסטיקה והסתברות למדעים

פרק 22 - קומבינטוריקה - שאלות מסכמות (יחידה 4- ממ"מ; 12- מומלץ כתרגול מסכם לבחינה)

תוכן העניינים

1. כללי 1

קומבינטוריקה – שאלות מסכמות:

שאלות:

- (1) בכיתה 40 תלמידים. מעוניינים לבחור חמישה מהם לוועד כיתה. בכמה דרכים ניתן להרכיב את הוועד אם:
 - א. בוועד 5 תפקידים שונים ותלמיד יכול למלא יותר מתפקיד אחד.
 - ב. בוועד 5 תפקידים שונים ותלמיד לא יכול למלא יותר מתפקיד אחד.
 - ג. אין תפקידים שונים בוועד.

- (2) במשרד 30 עובדים, יש לבחור ארבעה עובדים למשלחת לחו"ל. בכמה דרכים ניתן להרכיב את המשלחת?
 - א. במשלחת ארבע משימות שונות שיש למלא וכל עובד יכול למלא יותר ממשימה אחת.
 - ב. כמו בסעיף א' רק הפעם עובד לא יכול למלא יותר ממשימה אחת.
 - ג. מעוניינים לבחור ארבעה עובדים שונים למשלחת שבה לכולם אותו התפקיד.

- (3) מעוניינים להרכיב קוד סודי. הקוד מורכב מ-2 ספרות שונות ו-3 אותיות שונות באנגלית (26 אותיות אפשריות).
 - א. כמה קודים שונים ניתן להרכיב?
 - ב. כמה קודים שונים ניתן להרכיב אם הקוד מתחיל בספרה ונגמר בספרה?
 - ג. כמה קודים ניתן להרכיב אם הספרות חייבות להיות צמודות זו לזו?
 - ד. בכמה קודים הספרות לא מופיעות ברצף?

- (4) בארונות 4 מגירות. ילד התבקש על ידי אמו לסדר 6 משחקים בארונות. הילד מכניס את המשחקים באקראי למגירות השונות. כל מגירה יכולה להכיל את כל המשחקים יחד.
 - א. מה ההסתברות שהילד יכניס את כל המשחקים למגירה העליונה?
 - ב. מה ההסתברות שהילד יכניס את כל המשחקים לאותה מגירה?
 - ג. מה ההסתברות ש"דומינו" יוכנס למגירה העליונה ויתר המשחקים לשאר המגירות.
 - ד. מה ההסתברות ש"דומינו" לא יוכנס למגירה העליונה?

- (5) בעיר מסוימת מתמודדות למועצת העיר 4 מפלגות שונות: "הירוקים", "קדימה", "העבודה" ו"הליכוד". 6 אנשים אינם יודעים למי להצביע, ולכן בוחרים באקראי מפלגה כלשהי.
- מה ההסתברות שכל ה-6 יבחרו באותה מפלגה?
 - מה ההסתברות שמפלגת ה"ירוקים" לא תקבל קולות?
 - מה ההסתברות שמפלגת ה"ירוקים" תקבל בדיוק 3 קולות וכל מפלגה אחרת תקבל קול 1 בלבד?
 - מה ההסתברות שמפלגת "הירוקים" תקבל 2 קולות, מפלגת "העבודה" תקבל 2 קולות ומפלגת "הליכוד" תקבל 2 קולות?
- (6) 5 חברים נפגשו ורצו לראות סרט. לרשותם ספריה המונה 8 סרטים שונים. כל אחד התבקש לבחור סרט באקראי.
- מה ההסתברות שכולם יבחרו את אותו הסרט?
 - מה ההסתברות שכולם יבחרו את "הנוסע השמיני"?
 - מה ההסתברות שכל אחד יבחר סרט אחר?
 - מה הסיכוי שלפחות שניים יבחרו את אותו הסרט?
 - מה ההסתברות שיוסי וערן ייבחרו את "הנוסע השמיני" וכל השאר סרטים אחרים?
 - מה ההסתברות שהנוסע השמיני לא ייבחר על ידי אף אחד מהחברים?
 - לקחו את 8 הסרטים ויצרו מהם רשימה. נתון שברשימה 3 סרטי אימה, מה ההסתברות שברשימה שנוצרה יופיעו 3 סרטי האימה ברצף?
- (7) בקבוצה 10 אנשים. יש ליצור שתי וועדות שונות מתוך הקבוצה: אחת בת 4 אנשים והשנייה בת 3 אנשים. כל אדם יכול להיבחר רק לוועדה אחת. חשבו את מס' הדרכים השונות ליצירת הוועדות הללו כאשר:
- אין בוועדות תפקידים.
 - בכל וועדה יש תפקיד אחד של אחראי הוועדה.
 - בכל וועדה כל התפקידים שונים.
- (8) 4 גברים ו-3 נשים מתיישבים על כסאות בשורה של כסאות תיאטרון. בכל שורה 10 כסאות. בכמה דרכים שונות ניתן לבצע את ההושבה:
- ללא הגבלה.
 - כל הגברים ישבו זה ליד זה וגם כל הנשים תשבנה זו ליד זו.
 - שני גברים בקצה אחד ושני הגברים האחרים בקצה שני.
- (9) בהגרלה ישנם 10 מספרים מ-1 עד 10. נבחרו באקראי 5 מספרים. מה ההסתברות שהמספר 7 הוא השני בגודלו מבין המספרים שנבחרו?

(10) 6 אנשים עלו לאוטובוס שעוצר ב-10 תחנות.

כל אדם בוחר באופן עצמאי ואקראי באיזו תחנה לרדת.

- מה ההסתברות שכל אחד יורד בתחנה אחרת?
- מה ההסתברות שבדיוק 3 ירדו בתחנה החמישית?
- מה ההסתברות שרונית תרד בתחנה השנייה והשאר לא?
- מה ההסתברות שכולם ירדו בתחנות 5,6 ולפחות אחד בכל אחת מהתחנות הללו?

(11) ברכבת 4 מקומות ישיבה עם כיוון הנסיעה 41 מקומות

ישיבה נגד כיוון הנסיעה.

4 זוגות התיישבו במקומות אלו באקראי.

חלון							מעבר

- בכמה דרכים שונות ניתן להתיישב?
- מה ההסתברות שהזוג כהן ישבו זה לצד זה עם כיוון הנסיעה?
- מה ההסתברות שהזוג כהן ישבו זה לצד זה?
- מה ההסתברות שהזוג כהן ישבו כל אחד ליד החלון? (בכל שורה יש חלון).
- מה ההסתברות שהזוג כהן יישבו כך שכל אחד בכיוון נסיעה מנוגד?
- מה ההסתברות שהזוג כהן יישבו אחד מול השני פנים מול פנים.
- מה ההסתברות שכל הגברים ייסעו עם כיוון הנסיעה וכל הנשים תשבנה נגד כיוון הנסיעה?
- מה ההסתברות שכל זוג ישב אחד מול השני?

(12) סיסמא מורכבת מ-5 תווים, תווים אלו יכולים להיות ספרה (0-9) ואותיות

ה-ABC (26 אותיות). כל תו יכול לחזור על עצמו יותר מפעם אחת.

- כמה סיסמאות שונות יש?
- כמה סיסמאות שונות יש שבהן כל התווים שונים?
- כמה סיסמאות שונות יש שבהן לפחות ספרה אחת ולפחות אות אחת?

(13) מתוך קבוצה בת n אנשים רוצים לבחור 3 אנשים לוועדה. בכמה דרכים

שונות ניתן לבצע את הבחירה? בטא את תשובתך באמצעות n .

- בוועדה אין תפקידים ויש לבחור 3 אנשים שונים לוועדה.
- בוועדה תפקידים שונים. וכל אדם לא יכול למלא יותר מתפקיד אחת.
- בוועדה תפקידים שונים ואדם יכול למלא יותר מתפקיד אחד.

(14) שני אנשים מטילים כל אחד מטבע n פעמים. בטאו באמצעות n את הסיכוי

שלכל אחד מהם אותו מספר פעמים של התוצאה "ראש".

- 15)** יוצרים קוד עם a ספרות (מותר לחזור על אותה ספרה בקוד).
חשבו את ההסתברויות הבאות (בטאו את תשובותיכם באמצעות a):
- א. בקוד אין את הספרה 5.
 - ב. בקוד מופיעה הספרה 3.
 - ג. בקוד לא מופיעות ספרות אי זוגיות.

תשובות סופיות:

- | | | | |
|---|-------------------------|---------------|------|
| א. 102,400,000 | ב. 78,960,960 | ג. 658008 | (1) |
| א. 810,000 | ב. 657,720 | ג. 27,405 | (2) |
| א. 14,040,000 | ב. 1,404,000 | ג. 5,616,000 | (3) |
| א. 0.00024 | ב. 0.00098 | ג. 0.05933 | (4) |
| א. 0.00098 | ב. 0.17798 | ג. 0.02929 | (5) |
| א. $\frac{1}{4096}$ | ב. $\frac{1}{32,768}$ | ג. 0.205 | (6) |
| ה. 0.0105 | ו. 0.5129 | ז. 0.1071 | |
| א. 4,200 | ב. 50,400 | ג. 604,800 | (7) |
| א. 604,800 | ב. 2,880 | ג. 2,880 | (8) |
| 0.238 | | | (9) |
| א. 0.1512 | ב. 0.014 | ג. 0.059 | (10) |
| א. 40,320 | ב. 0.1071 | ג. 0.2142 | (11) |
| ה. 0.5714 | ו. 0.1429 | ז. 0.0143 | |
| א. 60,466,176 | ב. 45,239,040 | ג. 48,484,800 | (12) |
| א. $\frac{n!}{3!(n-3)}$ | ב. $n \cdot (n-1)(n-2)$ | ג. n^3 | (13) |
| $\frac{1}{4^n} \cdot \sum_{i=0}^n \binom{n}{i}^2$ | | | (14) |
| א. 0.9^a | ב. $1-0.9^a$ | ג. 0.5^a | (15) |